MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE FIZICĂ
Ediţia a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

XI B

Lucrarea B
Problema 1. Momentul producerii unui cutremur în focarul acestuia

Momentele sosirilor undelor seismice directe longitudinale (primare) la staţiile seismice de la Bucureşti (S_1) şi Focşani (S_2), ca urmare a producerii unui cutremur, cu epicentrul (E) localizat în punctul ale cărui coordonate geografice sunt: φ = 37º,8 şi λ = 23º, sunt precizate în tabelul alăturat, indicându-se şi coordonatele geografice ale staţiilor de înregistrare.

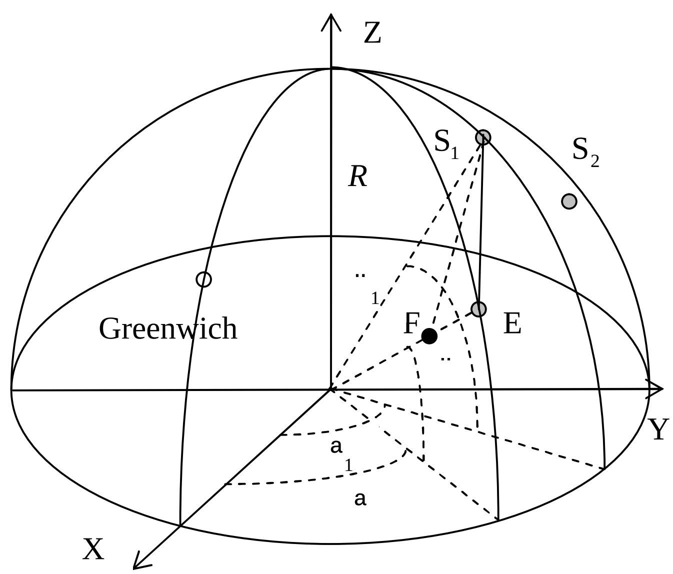
Staţia seismică	$\varphi_{1,2}$	$\lambda_{1,2}$	$t_{p,1,2}$
Bucureşti	44º24′	26º06′	$16^h17^{min}22^s,7$
Focşani	45º42′	27º12′	$16^h17^{min}25^s,3$

Cerinţe

a) *Să se determine* momentul t al producerii cutremurului în focarul (F) al acestuia, situat la adâncimea $H = \dfrac{R}{30}$, unde R este raza Pământului;

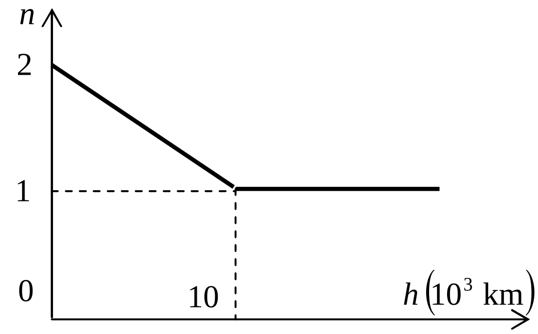
b) *Să se determine* momentele sosirilor undelor directe transversale (secundare) în cele două staţii seismice de înregistrare, t_{s1} şi respectiv t_{s2}, dacă raportul vitezelor celor două tipuri de unde este $v_p/v_s = \sqrt{3}$.

c) *Să se calculeze* raportul distanţelor dintre focarul cutremurului şi cele două staţii seismice, $\dfrac{FS_2}{FS_1}$. *Se va considera* că propagarea undelor seismice directe, între focarul cutremurului şi staţiile seismice de înregistrare este rectilinie şi uniformă



Lucrarea B
Problema 2. Sondă spaţială în atmosfera unei planete

O sondă spaţială pătrunde în atmosfera planetei XG3-86AY1, coborând spre planetă, pe o direcţie verticală oarecare. La un moment dat, de pe sondă se trimite, pe o direcţie orizontală oarecare, un fascicul îngust de lumină monocromatică. Pentru radiaţia emisă, indicele de refracţie al mediului care compune această atmosferă variază cu altitudinea conform graficului din figura alăturată.



Cerinţe

a) *Să se analizeze*, în funcţie de altitudine, şi *să se argumenteze*, posibilitatea revenirii fascicolului de lumină înapoi pe sondă, datorită doar refracţiei sale prin atmosfera planetei. Se neglijează absorţia luminii în atmosfera planetei.

b) *Să se determine* altitudinea limită maximă la care ar trebui să se afle sonda spaţială care coboară prin atmosfera planetei, în momentul trimiterii fascicolului orizontal de lumină, pentru ca lumina să poată reveni pe sondă, dacă raza planetei este $R = 1.000\ \text{km}$. Sonda spaţială este un punct material.

Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ş.E.A.S. Călimăneşti

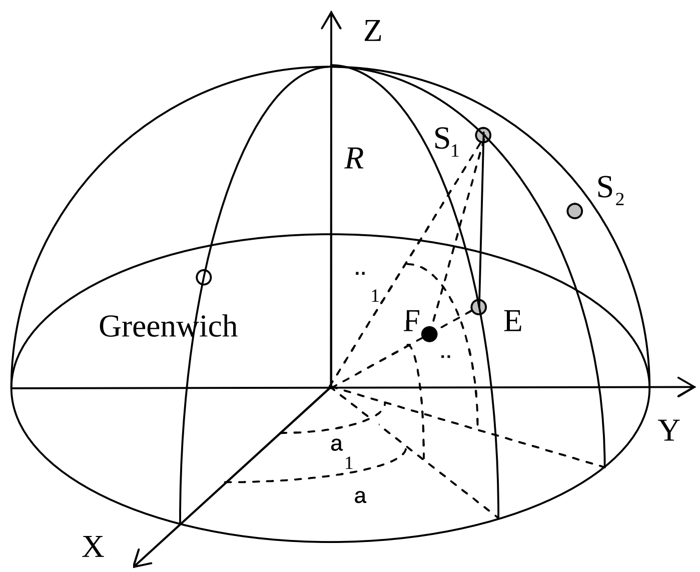
MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE FIZICĂ
Ediţia a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

XI B

Lucrarea B
Problema 1 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

a) 1,50 puncte

Între coordonatele geografice (φ, λ, R) şi coordonatele carteziene (x, y, z) ale epicentrului (E) al unui cutremur, utilizând figura alăturată, se stabilesc relaţiile:



$$x = R\cos\varphi\cos\lambda;$$

$$y = R\cos\varphi\sin\lambda;$$

$$z = R\sin\varphi,$$

astfel încât, pentru focarul (F) al cutremurului se pot scrie următoarele relaţii între cele două tipuri de coordonate:

$$x_0 = (R - H)\cos\varphi\cos\lambda;$$

$$y_0 = (R - H)\cos\varphi\sin\lambda;$$

$$z_0 = (R - H)\sin\varphi,$$

unde H este adâncimea la care se află focarul cutremurului.

În mod asemănător, pentru o staţie seismică S_1, avem:

$$x_1 = R\cos\varphi_1\cos\lambda_1;$$

$$y_1 = R\cos\varphi_1\sin\lambda_1;$$

$$z_1 = R\sin\varphi_1.$$

Dacă t este momentul producerii cutremurului în focarul acestuia, iar t_{p1} şi respectiv t_{s1} sunt momentele sosirilor celor două tipuri de unde directe (primară şi respectiv secundară) la staţia seismică S_1, rezultă:

$$FS_1 = (t_{p1} - t)v_p = (t_{s1} - t)v_s;$$

$$(FS_1)^2 = (t_{p1} - t)^2 v_p^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2;$$

$$(t_{p1} - t)^2 v_p^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2;$$

$$x_1 - x_0 = R\cos\varphi_1\cos\lambda_1 - (R - H)\cos\varphi\cos\lambda;$$

$$x_1 - x_0 = R(\cos\varphi_1\cos\lambda_1 - \cos\varphi\cos\lambda) + H\cos\varphi\cos\lambda;$$

$$x_1 - x_0 = (x_1 - x) + H\cos\varphi\cos\lambda;$$

$$x_1 - x = R\cos\varphi_1\cos\lambda_1 - R\cos\varphi\cos\lambda;$$

$$x_1 - x = R(\cos\varphi_1\cos\lambda_1 - \cos\varphi\cos\lambda);$$

$$x_1 - x = -\,0{,}08573\,R;$$

$$x_1 - x_0 = -0{,}08573\,R + H\cos\varphi\cos\lambda;$$

$$x_1 - x_0 = -0{,}08573\,R + H\cdot 0{,}798\cdot 0{,}920;$$

$$x_1 - x_0 = -0{,}08573\,R + 0{,}73416\,H;\; H = \frac{R}{30};$$

$$x_1 - x_0 = -0{,}08573\,R + 0{,}73416\,\frac{R}{30};$$

$$x_1 - x_0 = -0{,}08573\,R + 0{,}02447\,R = -0{,}06126\,R;$$

$$x_1 - x_0 = -0{,}06126\,R;$$

$$y_1 - y_0 = R\cos\varphi_1\sin\lambda_1 - (R - H)\cos\varphi\sin\lambda;$$

$$y_1 - y_0 = R(\cos\varphi_1\sin\lambda_1 - \cos\varphi\sin\lambda) + H\cos\varphi\sin\lambda;$$

$$y_1 - y_0 = (y_1 - y) + H\cos\varphi\sin\lambda;$$

$$y_1 - y = R\cos\varphi_1\sin\lambda_1 - R\cos\varphi\sin\lambda;$$

$$y_1 - y = R(\cos\varphi_1\sin\lambda_1 - \cos\varphi\sin\lambda);$$

$$y_1 - y = 0{,}00558\,R;$$

$$y_1 - y_0 = 0{,}00558\,R + H\cos\varphi\sin\lambda;$$

$$y_1 - y_0 = 0{,}00558\,R + H\cdot 0{,}798\cdot 0{,}390;$$

$$y_1 - y_0 = 0{,}00558\,R + 0{,}31122\,H;\; H = \frac{R}{30};$$

$$y_1 - y_0 = 0{,}00558\,R + 0{,}31122\,\frac{R}{30};$$

$$y_1 - y_0 = 0{,}00558\,R + 0{,}01037\,R;$$

$$y_1 - y_0 = 0{,}01595\,R;$$

$$z_1 - z_0 = R\sin\varphi_1 - (R - H)\sin\varphi;$$

$$z_1 - z_0 = R(\sin\varphi_1 - \sin\varphi) + H\sin\varphi;$$

$$z_1 - z_0 = (z_1 - z) + H\sin\text{¨};$$

$$z_1 - z = R\sin\varphi_1 - R\sin\varphi;$$

$$z_1 - z = R(\sin\varphi_1 - \sin\varphi);$$

$$z_1 - z = 0{,}08676\,R;$$

$$z_1 - z_0 = 0{,}08676\,R + H\sin\text{¨};$$

$$z_1 - z_0 = 0{,}08676\,R + 0{,}601\,H;\ H = \frac{R}{30};$$

$$z_1 - z_0 = 0{,}08676\,R + 0{,}601\frac{R}{30};$$

$$z_1 - z_0 = 0{,}08676\,R + 0{,}02003\,R;$$

$$z_1 - z_0 = 0{,}10679\,R;$$

$$(FS_2)^2 = (t_{p2} - t)^2\,v_p^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2;$$

$$(t_{p2} - t)^2\,v_p^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2;$$

$$x_2 - x_0 = (x_2 - x) + H\cos\text{¨}\cos\text{ª};$$

$$x_2 - x = R(\cos\varphi_2\cos\lambda_2 - \cos\varphi\cos\lambda);$$

$$x_2 - x = -\,0{,}10616\,R;$$

$$x_2 - x_0 = -0{,}10616\,R + H\cos\text{¨}\cos\text{ª};$$

$$x_2 - x_0 = -0{,}10616\,R + 0{,}73416\,H;\ H = \frac{R}{30};$$

$$x_2 - x_0 = -0{,}10616\,R + 0{,}73416\frac{R}{30};$$

$$x_2 - x_0 = -0{,}10616\,R + 0{,}02447\,R;$$

$$x_2 - x_0 = -0{,}08169\,R;$$

$$y_2 - y_0 = (y_2 - y) + H\cos\text{¨}\sin\text{ª};$$

$$y_2 - y = R(\cos\varphi_2\sin\lambda_2 - \cos\varphi\sin\lambda);$$

$$y_2 - y = 0{,}01050R;$$

$$y_2 - y_0 = 0{,}01050\,R + H\cos\text{¨}\sin\text{ª};$$

$$y_2 - y_0 = 0{,}01050\,R + 0{,}31122\,H;\ H = \frac{R}{30};$$

$$y_2 - y_0 = 0{,}01050\,R + 0{,}31122\frac{R}{30};$$

$$y_2 - y_0 = 0{,}01050\,R + 0{,}01037\,R;$$

$$y_2 - y_0 = 0{,}02087\,R;$$

$$z_2 - z_0 = (z_2 - z) + H\sin\text{¨};$$

$$z_2 - z = R(\sin\varphi_2 - \sin\varphi);$$

$$z_2 - z = 0{,}10279\,R;$$

$$z_2 - z_0 = 0{,}10279\,R + H\sin\ddot{}\,;$$

$$z_2 - z_0 = 0{,}10279\,R + 0{,}601\,H;\ H = \frac{R}{30};$$

$$z_2 - z_0 = 0{,}10279\,R + 0{,}601\frac{R}{30};$$

$$z_2 - z_0 = 0{,}10279\,R + 0{,}02003\,R;$$

$$z_2 - z_0 = 0{,}12282\,R;$$

$$(t_{p1} - t)^2\,v_p^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_{i1} - z_0)^2;$$

$$(t_{p2} - t)^2\,v_p^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2;$$

$$\frac{(t_{p1} - t)^2}{(t_{p2} - t)^2} = \frac{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2};$$

$$x_1 - x_0 = -0{,}06126\,R;\ y_1 - y_0 = 0{,}01595\,R;\ z_1 - z_0 = 0{,}10679\,R;$$

$$x_2 - x_0 = -0{,}08169\,R;\ y_2 - y_0 = 0{,}02087\,R;\ z_2 - z_0 = 0{,}12282\,R;$$

$$\frac{(t_{p1} - t)^2}{(t_{p2} - t)^2} = \frac{(-0{,}06126\,R)^2 + (0{,}01595\,R)^2 + (0{,}10679\,R)^2}{(-0{,}08169\,R)^2 + (0{,}02087\,R)^2 + (0{,}12282\,R)^2};$$

$$\frac{(t_{p1} - t)^2}{(t_{p2} - t)^2} = \frac{0{,}00375 + 0{,}00025 + 0{,}01140}{0{,}00667 + 0{,}00043 + 0{,}01508} = \frac{0{,}01540}{0{,}02218} = 0{,}69431;$$

$$\frac{t_{p1} - t}{t_{p2} - t} = 0{,}83325;\ t = \frac{t_{p1} - 0{,}83325\,t_{p2}}{0{,}16675};$$

$$t_{p1} = 16^{h}17^{min}22^{s},7;\ t_{p2} = 16^{h}17^{min}25^{s},3;$$

$$t = 16^{h}17^{min}9^{s},7.$$

b) 1,50 puncte

Din relaţia:

$$FS_1 = (t_{p1} - t)v_p = (t_{s1} - t)v_s;$$

$$t = \frac{t_{p1}\,v_p - t_{s1}\,v_s}{v_p - v_s};$$

$$t_{p1} - t = \frac{t_{s1} - t_{p1}}{\frac{v_p}{v_s} - 1} = \frac{t_{s1} - t_{p1}}{\sqrt{3} - 1},$$

din care rezultă.

$$t_{s1} = t_{p1} + (\sqrt{3} - 1)(t_{p1} - t) = 16^{h}17^{min}32^{s},19.$$

Asemănător, pentru staţia S_2, obţinem:

$$t_{s2} = t_{p2} + (\sqrt{3} - 1)(t_{p2} - t) = 16^{h}17^{min}36^{s},68.$$

c) 1,50 puncte

$$FS_1 = (t_{s1} - t)v_s;$$

$$FS_1 = (t_{s1} - t)v_s; \; FS_2 = (t_{s2} - t)v_s;$$

$$\frac{FS_2}{FS_1} = \frac{t_{s2} - t}{t_{s1} - t} = 1{,}199.$$

Oficiu .... 0,50 puncte

Lucrarea B
Problema 2 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

a) 2,00 puncte

Să presupunem că sonda se apropie de planetă, coborând prin atmosfera acesteia, pe o direcţie verticală oarecare. Dacă fascicolul de lumină ar fi fost emis, pe o direcţie orizontală oarecare, atunci când sonda se afla o altitudine $h > 10.000\,\text{km}$, atunci lumina s-ar fi propagat în linie dreaptă, pe direcţia orizontală respectivă, depărtându-se de planetă, deoarece, conform graficului dependenţei $n = f(h)$, în acel domeniu al valorilor lui *h*, indicele de refracţie al mediului este constant. În această situaţie, n-ar mai fi posibilă reîntâlnirea fascicolului de lumină cu sonda spaţială.

Dacă altitudinea la care se va afla sonda coborând, în momentul emiterii semnalului luminos, ar aparţine intervalului $0 < h < 10.000\,\text{km}$, acolo unde indicele de refracţie al atmosferei planetei creşte, când altitudinea scade (sau scade când altitudinea creşte), atunci desigur că, în acel interval, există posibilitatea ca, pe un strat superior limită, să se producă reflexia totală a fascicolului de lumină şi astfel fascicolul de lumină să se propage prin atmosfera planetei, în jurul acesteia, reîntâlnindu-se cu sonda, pe aceeaşi verticală, la o altitudine mai mică. În figura 1 este reprezentat mersul posibil al fascicolului de lumină, emis atunci când sonda spaţială se afla în punctul S_0 şi recepţionat pe sondă atunci când aceasta a ajuns, pe verticala coborârii, în punctul inferior S.

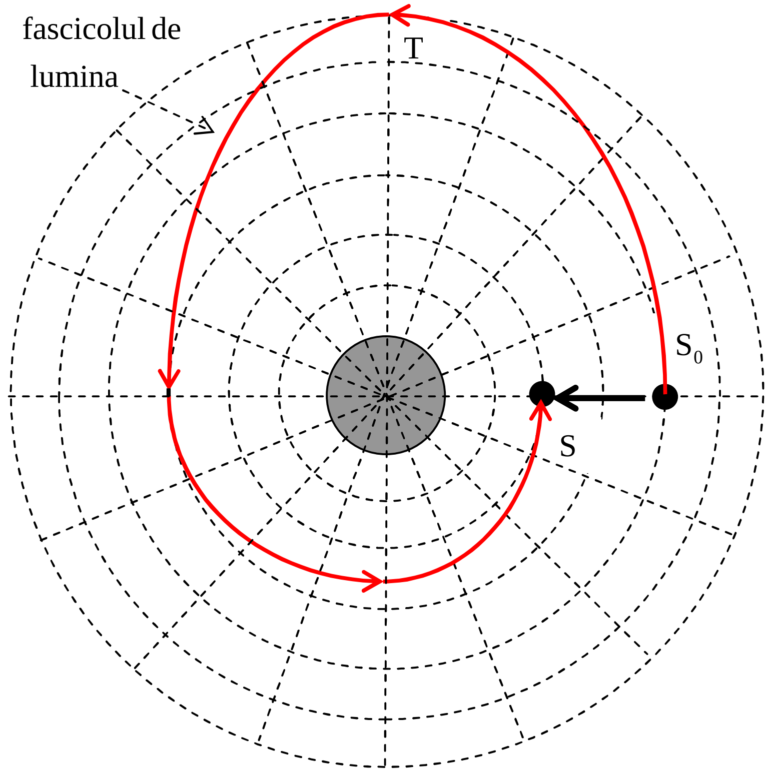


Fig. 1

Din S_0 până în T, fascicolul de lumină trece, prin refracţie, în straturi atmosferice superioare cu indicele de refracţie din ce în ce mai mic, depărtându-se continuu de normală. În punctul T, unde sunt îndeplinite condiţiile necesare, fascicolul de lumină se reflectă total. Apoi, din T până în S, fascicolul de lumină trece, prin refracţie, în straturi atmosferice inferioare, cu indicele de refracţie din ce în ce mai mare, apropiindu-se continuu de normală.

b) 2,50 puncte

Problema propusă, se referă însă la existenţa posibilităţii producerii reflexiei totale a fascicolului de lumină, pe stratul atmosferic existent chiar la altitudinea unde s-a aflat sonda spaţială în momentul trimiterii fascicolului de lumină pe direcţie orizontală. Trebuie calculată deci altitudinea limită maximă la care s-a aflat sonda în momentul emiterii fascicolului orizontal.

Să admitem că întreaga pătură atmosferică a planetei, cu grosimea de $10.000\,\text{km}$, din intervalul altitudinilor $0 < h < 10.000\,\text{km}$, ar fi divizată imaginar într-o infinitate de straturi sferice concentrice, cu grosimi foarte mici, în aşa fel încât în interiorul fiecărui strat sferic subţire, indicele de refracţie să poată fi considerat constant.

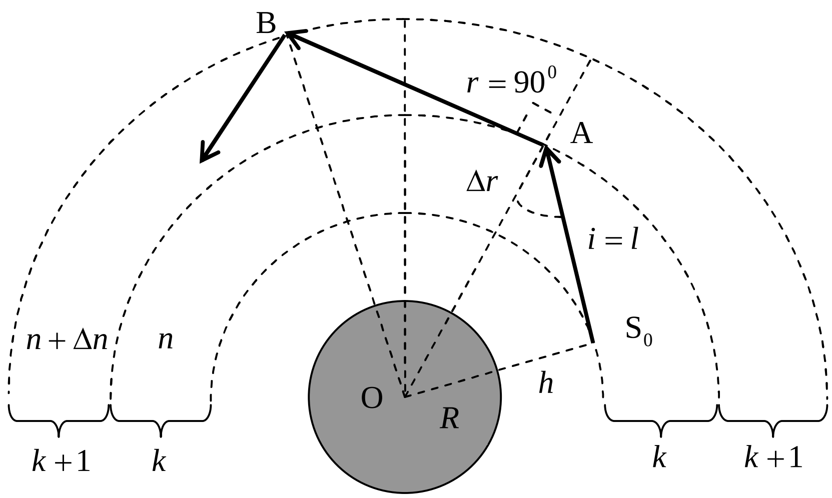


Fig. 2

În figura 2 am considerat că raza de lumină a fost emisă în punctul S_0, la distanţa r, faţă de centrul planetei, atunci când sonda s-a aflat la limita inferioară a stratului atmosferic k. Grosimea acestui strat, Δr, este foarte mică, astfel încât indicele său de refracţie să poată fi considerat constant (n). Stratul atmosferic superior $(k+1)$, şi el foarte subţire, cu aceeaşi grosime, Δr, are indicele de refracţie constant $(n + \Delta n)$, unde $\Delta n < 0$, astfel încât fascicolul de lumină S_0A trimis de pe sondă, să treacă în stratul $(k+1)$, refractându-se sub un unghi de 90^0. Aceasta implică faptul că unghiul de incidenţă al fascicolului S_0A este unghi limită, $i = l$, corespunzător indicilor de refracţie, (n) şi respectiv $(n + \Delta n) < (n)$, ai celor două straturi, k şi respectiv $(k+1)$, astfel încât, din legea refracţiei, rezultă:

$$\sin l = \frac{n + \Delta n}{n}.$$

Utilizând şi geometria desenului, rezultă:

$$\sin l = \frac{OS_0}{OA} = \frac{r}{r + \Delta r};$$

$$\frac{n + \Delta n}{n} = \frac{r}{r + \Delta r};$$

$$(n + \Delta n)(r + \Delta r) = nr;$$

$$\Delta n \Delta r \to 0;\ n\Delta r = -r\Delta n.$$

Din forma graficului dependenţei $n = f(h)$, reprezentată în enunţul problemei, pentru $0 < h < 10.000$ km, rezultă: $n = f(h) = ah + b$, unde coeficienţii a şi b se determină folosind valorile numerice înscrise pe grafic;

$$a = -\frac{1}{10^4\ \text{km}};\ \ b = 2;$$

$$n = -\frac{h}{10^4\ \text{km}} + 2;\ h = r - R = r - 10^3\ \text{km};$$

$$n = -\frac{r}{10^4\ \text{km}} + \frac{21}{10},$$

din care:

$$\Delta n = -\frac{\Delta r}{10^4\ \text{km}},$$

astfel încât, folosind rezultatele anterioare, obţinem:

$$n\Delta r = -r\Delta n;\ \Delta n = -\frac{n\Delta r}{r};$$

$$\Delta n = -\frac{1}{r}\left(-\frac{r}{10^4\ \text{km}} + \frac{21}{10}\right)\Delta r;$$

$$-\frac{\Delta r}{10^4\ \text{km}} = -\frac{1}{r}\left(-\frac{r}{10^4\ \text{km}} + \frac{21}{10}\right)\Delta r;$$

$$r = 10.500\ \text{km};\ h = 9.500\ \text{km}.$$

Oficiu ………………………………………………………………. 0,50 puncte